

Determinação automática de concepções de alunos em álgebra

Marilena Bittar*

Hamid Chaachoua**

Jean-François Nicaud***

* Doutora em Didática da Matemática pela Universidade Joseph Fourier/França. Professora do Departamento de Matemática e do PPGEduc/UFMS.

e-mail: marilena@nin.ufms.br

** Doutor em Didática da Matemática pela Universidade Joseph Fourier/França. Professor do IUFM/Grenoble e da Universidade Joseph Fourier.

e-mail: chaachoua@imag.fr

*** Doutor em Computação pela Universidade de Paris 11/França. Professor da Universidade Joseph Fourier/França.

e-mail: Jean-François.Nicaud@imag.fr

Resumo

O estudo de concepções é fundamental tanto para compreender o funcionamento cognitivo do aluno quanto para elaborar situações que permitam a construção do conhecimento. O uso de *softwares* que satisfaçam certos critérios pode favorecer o trabalho de modelagem dessas concepções. É o que discutimos nesse texto. Apresentamos aqui resultados parciais de nossa pesquisa cujo tema central é a modelagem de concepções em álgebra com o apoio das novas tecnologias. Nós utilizamos o software *Aplusix* como suporte para as produções dos alunos e o software *Anais* para a implementação de regras corretas ou não, possíveis de serem usadas pelos alunos, visando à determinação de diagnósticos automáticos de concepções.

Palavras-chave

Concepções; conhecimento; álgebra.

Abstract

The study of conceptions is fundamental both for the comprehension of the cognitive functioning of the pupil and for the elaboration of situations which permit the construction of knowledge. The use of *software* which satisfies certain criteria can favour the work of modelling these conceptions. This is what is discussed in this text. Partial results of the research are presented, the central theme of which is the modelling of algebra conceptions with the support of new technologies. The *Aplusix software* was used as support for the productions of the pupils and the *Anais software* for the implementation of the correct rules or not, both available for use by the pupils, aiming at the determination of automatic diagnosis of the conceptions.

Key words

Conceptions, knowledge, algebra.

Introdução

Várias pesquisas têm evidenciado as contribuições das novas tecnologias para o ensino da Matemática. Em particular, as que permitem uma melhor compreensão do funcionamento cognitivo do aluno, favorecendo a individualização da aprendizagem e desenvolvendo sua autonomia além de fornecer instrumentos para o ensino a distância. Porém, poucos *softwares* presentes no mercado educacional consideram esses aspectos didáticos, tanto em relação à sua concepção quanto ao seu uso. Os professores são assim confrontados a questões como qual o *software* mais adaptado para determinada aprendizagem e como usá-lo com os alunos. Além disso, é importante desenvolver materiais e estratégias de ensino que dêem ao aluno maior controle sobre suas atividades, o que é fundamental para que ele se torne co-responsável por sua aprendizagem. Nesse campo, são bastante conhecidos alguns *softwares* de geometria que permitem ao aluno controlar a atividade realizada por meio de diversos tipos de retroações, dentro de uma perspectiva construtivista da aprendizagem. O mesmo não acontece com o ensino da álgebra, apesar das dificuldades de aprendizagem já identificadas em diversas pesquisas nacionais e internacionais. O aluno dispõe de pouco ou nenhum controle sobre suas atividades, sendo assim necessária a presença do professor para validar seu trabalho.

Além disso, em toda situação de aprendizagem o professor precisará tomar decisões sobre o momento que deve intervir, como intervir e o tipo de problema que

favorece a aprendizagem. Para uma tomada de decisão pertinente é preciso avaliar o estado de conhecimento do aluno para propor situações que o ajudem a superar suas dificuldades e evoluir na construção do conhecimento. Não se trata de propor um teste para avaliar o aluno, mas sim de realizar um estudo que permita modelar suas concepções sobre um determinado tema. Esse estudo deve ser feito por meio de pesquisas que considerem diferentes componentes no processo de aquisição do conhecimento, como conhecimentos e experiências anteriores do aluno e teoremas em ação (VERGNAUD, 1990) usados na resolução de um ou mais problemas. Resultados de tais pesquisas devem servir como auxílio ao professor ajudando-o a compreender o processo cognitivo do aluno e, conseqüentemente, fornecendo-lhe subsídios para uma tomada de decisão que favoreça a aprendizagem.

É nesse contexto que nossa pesquisa se desenvolve. Nosso objeto de estudo é a modelagem de concepções de alunos em álgebra, e a construção de engenharias didáticas (ARTIGUE, 1990) que favoreçam a construção do pensamento algébrico. Para tanto fazemos uso do *software Aplusix*, que permite visualizar todo o trabalho do aluno, e do *software Anais*, que auxilia na produção de diagnósticos automáticos de concepções. Apresentamos nesse texto o modelo teórico adotado para o estudo de concepções, os ambientes utilizados na pesquisa e a análise de dados obtidos em duas experimentações: uma na França, com alunos de 14-15 anos, e outra no Brasil, com alunos de 13-14 anos.

I - O estudo de concepções

Consideramos que um conhecimento novo é o resultado de uma construção feita pelo aprendiz em interação com um meio organizado pelo professor. A teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 1986), oferece instrumentos para caracterizar esses meios em termos de possibilidades de ação e retroação oferecidas ao aluno, a partir da interação desse com o meio. Esse processo pode favorecer a aprendizagem desejada. Nessa perspectiva teórica, uma aprendizagem é uma modificação da relação do aluno com o conhecimento produzido por ele, em interação com o meio. Assim ao elaborar uma seqüência didática, é necessário considerar cuidadosamente a constituição de um meio que favoreça a aprendizagem.

Por outro lado, vários trabalhos mostram a importância do papel do professor na concepção e uso de situações de aprendizagem. Em particular, o professor é levado a tomar decisões que podem ser sobre o tipo de questões e o momento em que ele deve colocá-las aos alunos, as respostas que ele pode dar ou não, a escolha dos problemas que ele propõe e etc. Para que essas decisões sejam pertinentes, o professor deve ter acesso ao estado de conhecimento do aluno, o que pode acontecer se a situação didática for constituída em torno de um meio que permita conhecer as dificuldades desse aluno. Diversas pesquisas têm mostrado que é imprescindível estudar e analisar os erros cometidos pelos alunos. De fato:

Quando a produção de um aluno não corresponde ao que espera o professor,

diz-se que o aluno cometeu um 'erro'. Essa afirmação, em toda sua generalidade, não permite compreender a natureza profunda do erro, suas causas eventuais e o mecanismo de seu funcionamento. A questão sobre o status do erro está, aliás, na origem histórica das primeiras reflexões didáticas. Não que alguns destes erros não sejam banais: o aluno distraído ou pouco aplicado pode provavelmente produzir uma resposta incorreta, sem que ele tenha especial dificuldade na relação com o saber tratado [...] Outros erros parecem mais ligados às relações profundas com um saber em condições específicas. A última década viu se acumular trabalhos, em didática das ciências e da matemática, que evidenciam este tipo de erro. Em populações semelhantes, alunos confrontados a problemas parecidos, encontramos sistematicamente tipos de erros bem caracterizados (JOSHUA & DUPIN, 1993, p. 123).

E é justamente o estudo de concepções dos alunos que permite compreender seus erros e, conseqüentemente, o processo de construção do conhecimento. Porém, é preciso ir além da tomada de consciência das concepções dos alunos para produzir mudanças conceituais significativas.

A concepção é um objeto local, estreitamente associado ao saber e aos diferentes problemas em cuja resolução ele intervém; ela vai se constituir uma ferramenta, tanto para a análise desse saber e a elaboração de situações didáticas quanto para a análise do comportamento do aluno. Mesmo se as concepções são objeto de uma definição autônoma, o que interessa ao pesquisador em didática não é elencar um catálogo de concepções possíveis, mas sim estudar a articulação entre concepções e situações em uma dada aprendizagem (ARTIGUE, 1991, p. 270).

Assim sendo, é fundamental discutir condições que favoreçam a evolução destas concepções. Para tanto, é preciso um estudo teórico sobre o que é uma concepção e como ela é construída pelo aluno para, a partir de então, tentar desestabilizá-la na busca de um novo equilíbrio do sistema didático.

A modelagem de concepções tem sido preocupação constante de inteligência artificial (WENGER, 1987) e tem também tido papel importante em pesquisas sobre didática, tanto como quadro teórico de pesquisa (VERGNAUD, 1991 e BALACHEFF, 1995), como quanto ferramenta para descrever o estado de conhecimento dos alunos acerca de um determinado conceito (ARTIGUE e ROBINET, 1982) ou ainda para a tomada de decisões didáticas (TAHRI, 1993 e CHAACHOUA & LIMA, 2003).

Os trabalhos de didática utilizam a noção de concepção, em especial para modelar o aluno. Vários pesquisadores têm usado a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Vergnaud (1990), para caracterizar uma concepção. Segundo Vergnaud (1990, p. 135), "um conceito não pode ser reduzido à sua definição se estamos interessados na sua aprendizagem e no seu ensino. É por meio de situações e de problemas que um conceito adquire sentido para o aluno". E Vergnaud define, assim, um conceito como um conjunto de três subconjuntos, $C=(S, I, L)$:

S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito de vetor (a referência);

I: conjunto dos invariantes operatórios, conceitos-em-ação e teoremas-em-ação¹

que intervêm nos esquemas de tratamento das situações (o significado);

L: conjunto das representações linguísticas e simbólicas que permitem a representação do conceito e de suas propriedades, das situações às quais ele se aplica e dos procedimentos de resolução destas situações (o significante).

Em nossa pesquisa, centramos atenção, inicialmente, no estudo dos teoremas em ação.

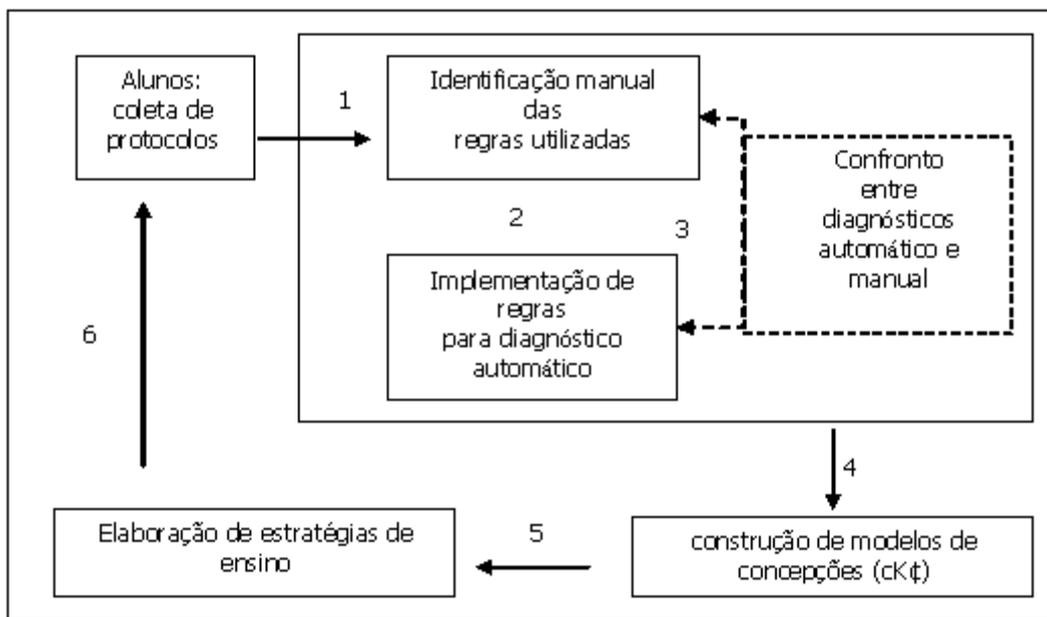
II - O apoio computacional ao estudo de concepções de alunos

A modelagem das concepções dos alunos é um trabalho que deve considerar cada aluno em sua individualidade. É preciso, então, pensar uma metodologia de pesquisa que consiga estudar, compreender e explicar o comportamento do aluno de forma a poder sugerir situações que lhe permitam progredir na elaboração do seu conhecimento. Esse é um trabalho extenso, conforme já dissemos, porém necessário. Surge assim a necessidade de pesquisar meios alternativos que favoreçam a modelagem de concepções de alunos para um número maior de estudantes. A questão que se coloca é como realizar esse tipo de trabalho com uma população grande de alunos? A realização de diagnósticos automáticos de concepções aparece como uma possibilidade para auxiliar esse estudo e esse é um dos objetivos centrais de nossa pesquisa. Para tanto estamos trabalhando com o *software Anaïs*, desenvolvido por Jean-François Nicaud, um dos

conceptores do *software Aplusix*, que produzirá um diagnóstico automático das concepções dos alunos. Para o uso de *Anais*, é preciso primeiramente realizar o estudo de regras em ação utilizadas pelos alunos², em seguida essas regras são reescritas em linguagem computacional, para implementação no *Anais*. A partir de então esse *software* analisa o trabalho do aluno, diagnosticando as regras erradas e corretas que ele usou. Em seguida procedemos à comparação entre os diagnósticos manual e automático para afinar e validar a implementação realizada. Quando esse diagnóstico atinge certa estabilidade, passamos à elaboração manual de modelos de concepção a partir dos resultados encontrados. Uma vez que esses modelos se mostram estáveis, eles são implementados no *Anais* e novamente procedemos a testes de com-

paração entre diagnósticos automático e manual para validar o modelo. O passo seguinte à identificação de concepções consiste na elaboração de situações didáticas apropriadas para permitir ao aluno a desestabilização dessas concepções erradas e a construção das concepções visadas.

Podemos assim resumir a metodologia para o trabalho sobre concepções de alunos, dentro do quadro teórico adotado, nos seguintes passos: coleta de protocolos de alunos que trabalharam com *Aplusix*, análise das regras em ação utilizadas pelos alunos, obtenção de um diagnóstico automático (com a ajuda de *Anais*), construção de modelos de concepções e finalmente elaboração de estratégias de ensino tendo em vista os resultados obtidos. Vejamos um resumo esquemático de nossa metodologia de pesquisa:



Quadro 1: Metodologia de pesquisa

As etapas 1, 2 e 3 do quadro acima, representam uma primeira fase no processo de modelagem de concepções de alunos, porém cabe ressaltar que essa fase pode ser retomada nas fases seguintes e se reiniciar o ciclo. Ou seja, trata-se de uma primeira fase obrigatória para se passar à fase seguinte, porém pode intervir também em outros momentos da pesquisa.

Concluída uma primeira vez essa fase, passamos à modelagem propriamente dita das concepções dos alunos (etapa 4), para posterior implementação, pois visamos a realização de diagnósticos automáticos em termos de concepção. Ou seja, a partir do estudo das regras usadas pelos alunos, realiza-se um estudo em termos de identificação dos elementos constituintes de uma concepção. Esse estudo é fundamental para decidir sobre a continuidade do processo de ensino e aprendizagem, pois favorecerá a elaboração de engenharias didáticas (ARTIGUE, 1989) apropriadas para permitir o progresso do aluno e validar o estudo realizado.

III - O caso de equações e inequações de grau 1 - análise de dados

Nesse parágrafo vamos apresentar o andamento da pesquisa, com os dados já obtidos sobre o tema equações e inequações de grau 1.

III.1 - Elaboração de regras em ação

Para iniciar o estudo sobre a modelagem de concepções dos alunos, foi feito o levantamento de regras em ação errôneas

as possíveis de serem utilizadas por eles. Para tanto, foi aplicado, a aproximadamente 70 alunos, um teste de sondagem com 11 exercícios sobre equações e inequações do 1º grau com uma variável.

Os resultados obtidos foram analisados usando a ferramenta "videocassete" do *Aplusix*. Cada exercício resolvido pelo aluno foi analisado estudando cuidadosamente todas as ações realizadas, com o objetivo de modelar as regras erradas possíveis de terem sido utilizadas por ele. A seguir fornecemos, como exemplo, algumas regras em ação erradas utilizadas pelos alunos.

$a^2 + b^2 = (a+b)(a+b)$
$2a + 2b = (a+b)^2$
$2a + 2b = (a+b)(a-b)$
$(a+b)^2 = a^2 + b^2$
$a^2 + b^2 = (a+b)(a-b)$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab - b^2$
$(a-b)(a-b) = a^2 - b^2$
$(a-b)^2 = (a+b) - (a-b)$

Tabela 1: Regras em ação

Após esse primeiro estudo, essas regras foram reescritas em linguagem computacional no *software Anais*, para a produção de um diagnóstico automático das regras usadas pelos alunos nas resoluções dos exercícios. Em seguida, foi feita a comparação entre os diagnósticos automático e manual para corrigir distorções. Esse trabalho representa várias idas e vindas entre o diagnóstico manual, feito com a ajuda do videocassete de *Aplusix*, e o diagnóstico automático, feito com *Anais*. Em paralelo a

essa fase, foi iniciado o estudo para modelagem dos resultados encontrados em termos de concepções, que descrevemos a seguir.

III.2 - Modelagem de concepções

A modelagem de concepções iniciou com a construção *a priori* de concepções de alunos, associando comportamentos possíveis desses, relativos ao conceito de equação, nos diferentes contextos para os quais esses comportamentos aparecem. Em seguida, esse modelo foi implementado para verificar se produzia resultados significativos sobre as produções de alunos. Nesse artigo, vamos descrever somente concepções relativas à resolução de equação do 1º grau, e nos restringiremos ao caso de movimentos multiplicativos.

Um movimento aditivo porta sobre uma parte da expressão que chamamos de argumento: é o objeto que passa de um membro a outro da equação. Se o argumento é aditivo, significa que ele está em uma soma situada em um membro da equação ou que ele é um dos membros da equação. Quando o movimento é efetuado corretamente, a posição final do argumento ainda é aditiva, no outro membro da equação, e mudou de sinal.

Um movimento multiplicativo tem também um argumento. Esse pode ser "multiplicativo no numerador", o que significa que ele é um fator de um membro da equação ou do numerador de uma fração que é um membro da equação. O argumento pode ser "multiplicativo no denominador", o que significa que ele é um fator do denominador de uma fração que é um membro da equação. Quando o movimen-

to é efetuado corretamente, o argumento é ainda multiplicativo no outro membro da equação (no denominador se ele veio do numerador e no numerador se ele veio do denominador). Nesse caso, o argumento não mudou de sinal, mas, no caso de uma inequação, se o sinal do argumento é negativo o sentido da desigualdade mudou.

É possível agora descrever os movimentos com uma única regra, chamada Movimento, a qual associamos um vetor de 7 variáveis indicadas a seguir, juntamente com os valores que elas podem assumir.

- Símbolo de relação: ($= \neq < \leq \geq > \square$)
- Orientação horizontal do movimento: (EsquerdaDireita, DireitaEsquerda);
- Orientação vertical do movimento: (NumParaNum, NumParaDeno, NumParaDeno, DenoParaNum, DenoParaDeno), "Num" significando numerador e "Deno" significando denominador;
- Posição do argumento na origem: "PosInicArgAdit" se a posição inicial do argumento é aditiva e "PosInicArgMult" se a posição inicial do argumento pe multiplicativa;
- Posição final do argumento: "PosFinalArgAdit" se a posição final do argumento é aditiva e "PosFinalArgMult" se a posição final do argumento é multiplicativa;
- Mudança de sinal do argumento: "MudaSinalArg" se o sinal do argumento mudou e "NãoMudaSinalArg" se o sinal do argumento não mudou;
- Mudança de sentido: "NãoMudaSentido" se o sentido da desigualdade não mudou e "MudaSentido" se o sentido da desigualdade mudou.

Por exemplo, a transformação incorreta $2x-4 \leq 5 \rightarrow 2x \geq 5-4$ é representada por um *Movimento* de -4 pelo vetor: (\leq , DireitaEsquerda, NumParaNum, PosNicoArgAdit PosFinalArgAdit, NãoMudaSinalArg, MudaSentido). A regra detalhada correspondente que pode ser produzida a partir desse vetor é $A+C \leq B \rightarrow A \geq B+C$.

O Vetor de Comportamento Local

Para cada conceito estudado, entre os conceitos participantes dos movimentos, definimos um Vetor de Comportamento Local (VCL) a partir do vetor precedente, eliminando ou adicionando variáveis. O vetor obtido não permite reconstruir a regra detalhada, mas ele é mais útil para o reconhecimento das concepções relativas ao conceito. Esse vetor propõe uma nova organização dos fatos observados; trata-se de um nível comportamental da modelagem do aluno (WENGER, 1987). A escolha dos acontecimentos que devem ser considerados nesse nível é o resultado das decisões do observador: «a modelagem comportamental exige, portanto, um primeiro nível de interpretação, o da organização do real» (BALACHEFF, 1994, p. 26).

Concepções relativas à mudança de sinal

O que acabamos de expor permite modelar com certa precisão uma transformação efetuada pelo aluno, mas não permite encontrar regularidades nos movimentos efetuados por ele. Essa questão se coloca no nível de concepções: para ser possível

diagnosticar uma concepção é preciso procurar regularidades nos comportamentos dos alunos. Para essa discussão, vamos nos restringir ao conceito de mudança de sinal, tentando determinar em que contexto o aluno muda o sinal do argumento em um movimento. Trata-se então de interpretar os dados organizados no nível comportamental (VCL) por uma função de diagnóstico (WENGER, 1987). Esse diagnóstico atribui uma ou mais significações aos comportamentos do aluno: esse é o nível epistêmico da modelagem de concepções.

Uma hierarquia de concepções para a mudança de sinal

Nós definimos 4 *concepções globais* para a mudança de sinal:

- SinalCorreto : tratamento correto do sinal do argumento.
- ValorAbsoluto: o sinal do argumento é trocado se e somente se ele é negativo.
- ConservaçãoSinal: não mudamos o sinal do argumento (jamais).
- MudançaSinal: o sinal do argumento é trocado (sempre).

A partir disso, definimos concepções X-y-z para domínios mais restritos: X sendo o nome de uma concepção global; y o tipo de relação: eq (para equação) ou ineq (para inequação) ou vazio; z a posição original do argumento: add (para aditivo) ou mult (para multiplicativo) ou vazio. Assim, ValorAbsoluto-eq-mult é a concepção “mudamos o sinal do argumento se e somente se ele é negativo, no contexto das equações e dos movimentos multiplicativos”. Essas concepções podem ser organizadas segundo uma

hierarquia partindo de ConceçãoSinal com as quatro *concepções globais* acima

descritas, cada uma tendo descendentes como indicado na figura 1 para ValorAbsoluto.

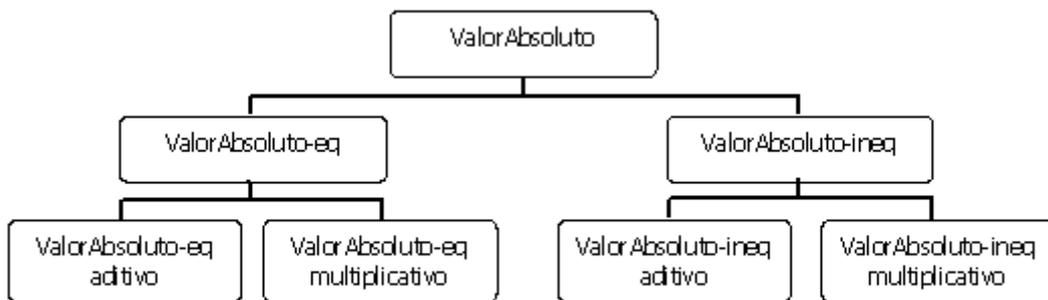


Figura 1. Hierarquia de concepções relativas ao conceito mudança de sinal

Um mecanismo de determinação de concepções

Uma vez que temos arquivos de exercícios resolvidos pelos alunos, Anais os analisa e os representa por vetores VCL. Para o conceito de mudança de sinal, definimos VCL por (Tipo de problema, Posição do argumento no início do movimento, Sinal do argumento, Mudança do sinal do argumento), a variável "Tipo de problema", podendo ser equação ou inequação e as outras variáveis derivando da regra (atenção, "Sinal do argumento" não vem da regra). As três primeiras variáveis definem o contexto e a última, ligada à ação do aluno, é o conceito estudado. Determinamos todos os contextos e, para cada um deles, por exemplo, (equação, PosInicArgAdit, SinalArgPosit), contamos os VCL que entram no contexto. Obtemos n VCL sendo n_1 com NãoMudaSinalArg e n_2 com MudaSinalArg.

Atribuímos, inicialmente, três valores aos dados com relação ao contexto:

– insuficientes $n \leq 3$

- suficientes-instáveis se $n \geq e$ e $(n_1/n \leq 0.75$ e $n_2/n \leq 0.75)$.
- suficientes-estáveis se $n \geq 4$ e $(n_1/n \geq 0.75$ ou $n_2/n \geq 0.75)$.

No primeiro caso, não temos dados suficientes para produzir um diagnóstico sobre as concepções do aluno; no segundo caso temos dados significativos, mas não suficientes para determinar uma correlação entre o contexto e as ações. Finalmente, no terceiro caso, podemos fazer a hipótese de certa estabilidade no comportamento e deduzir, a partir disso, uma correlação entre o contexto e as ações do aluno. Por exemplo, se para o contexto (equação, PosInicArgAdit, SinalArgPosit) temos dados suficientes-estáveis com n_2 majoritária, temos uma correlação entre o contexto e a ação MudaSinalArg, e consideramos (equação, PosInicArgAdit, SinalArgPosit, MudaSinalArg) como um comportamento pertinente para o diagnóstico de concepções, pois ele exprime uma regularidade no comportamento do aluno. Esse vetor é então chamado de Vetor Comportamento Local Pertinente (VCLP). A partir de então,

para realizar o diagnóstico, trabalhamos somente com os VCLP para construir concepções segundo um princípio de generalização que ilustraremos com o caso da concepção ValorAbsoluto.

O que é fundamental para a concepção ValorAbsoluto é a correlação entre "SinalArgPosit" e "NãoMudaSinalArg", por um lado, e "SinalArgNegat" e "MudaSinalArg", por outro lado. Assim, se temos os dois VCLP: (equação, PosInicArgAdit, SinalArgPosit, NãoMudaSinalArg) e (equação, PosInicArgAdit, SinalArgNegat, MudaSinalArg), diagnosticamos ValorAbsoluto-eq-adit (no contexto equação e aditivo, temos a concepção Valorabsoluto). Da mesma forma, se temos a situação análoga com Mult no lugar de Adit, diagnosticamos ValorAbsoluto-Eq-Mult. Estudamos assim todas as folhas da árvore de concepções da figura 1, marcando aquelas que são diagnosticadas, depois generalizamos marcando um nó cada vez que todos os seus descendentes foram marcados.

É importante observar que as quatro concepções não são exclusivas, um diagnóstico para um aluno pode ser: ValorAbsoluto-adit e ConservaçãoSinal-mult.

Estudo Experimental

Foram realizadas duas experimentações para determinar as concepções dos alunos relativas ao conceito de mudança de sinal nas equações, segundo o modelo descrito acima. Os exercícios giravam em torno de equações e inequações de grau 1 cuja resolução continha os movimentos aditivos e multiplicativos dos argumentos que

podiam ter sinal "+" ou "-". Para evitar que as dificuldades dos alunos que não fossem relativas às concepções sobre movimentos escolhemos exercícios de coeficientes inteiros e com desenvolvimentos simples.

As experimentações foram realizadas com a ajuda do *software Aplusix*³ (NICAUD et al., 2004) que permite ao aluno produzir cálculos de sua escolha, graças a um editor avançado de expressões algébricas. Após uma fase de familiarização, os alunos utilizaram o software no modo "Teste" em que nenhum tipo de retroação lhes é fornecido (no modo "Exercício", o software indica se os cálculos estão ou não corretos). Aplusix grava as ações dos alunos, o que fornece dados para os estudos que fazemos.

Na experimentação realizada com alunos do 1º ano do Ensino Médio Francês, durante o mês de março, foi proposto um número de exercícios julgado suficiente para poder verificar as estabilidades nos comportamentos dos alunos. Esse teste continha 12 equações e 12 inequações. Experimentação análoga foi realizada no Brasil, com 32 classes de 8ª série, em Campo Grande-MS. Dessa vez foram realizados dois testes em duas sessões diferentes: o primeiro sobre equações de grau 1 e o segundo sobre inequações de grau 1. Cada teste tinha 16 exercícios cujas características eram as mesmas que as da experiência realizada na França.

A análise dos dados foi feita em 4 etapas descritas a seguir.

Diagnóstico local. Essa etapa consiste em identificar, para cada transforma-

ção $A \rightarrow B$ efetuada pelo aluno, uma sequência de regras possíveis cuja aplicação permite passar de A à B (durante a utilização do *Aplusix*, as transformações são materializadas como indicado na figura 2). Para isso, uma base de regras corretas e errôneas foi implementada (contendo a regra única de movimento apresentada anteriormente). O diagnóstico foi realizado com a ajuda do *Anais* usando a técnica de pesquisa heurística (PEARL, 1984), desenvolvendo uma árvore de expressões podendo ser produzidas a partir de A até chegar a B .

$$2x - 6 = 7x - 8$$

$$-5x = -14$$

$$x = \frac{-14}{-5}$$

Figura 2. Cópia da tela do *Aplusix*. O aluno resolve uma equação em duas etapas.

Por exemplo, a transformação $2x - 6 = 7x - 8 \rightarrow -5x = -14$ é diagnosticada pela aplicação de 4 regras:

Movimento aditivo de -6 sem mudar o sinal (errada)

Movimento aditivo de $7x$ mudando o sinal (correta)

Agrupamento aditivo $2x - 7x \rightarrow -5x$ (correta)

Soma de 2 inteiros $-8 - 6 \rightarrow -14$ (correta)

Cálculo das ocorrências dos contextos. Trata-se de contextos de mudança de sinal nos movimentos. Esse cálculo foi efetuado de forma automática pelo *Anais* que pegou cada regra de movimento que aparecia em um diagnóstico local e a contou no contexto em que ela era adaptada.

Determinação dos VCLP e Determinação das Concepções

Esse trabalho, feito inicialmente de forma manual, atualmente é totalmente informatizado. Eis um exemplo de diagnóstico fornecido por *Anais*.

VCLP	
VCLP-Sinal-1a:	MoviRelação equação PosInicArgAdit SinalArgPosit NãoMudaSinalArg 2
VCLP-Sinal-1b:	MoviRelação equação PosInicArgAdit SinalArgPosit MudaSinalArg 6
VCLP-Sinal-2b:	MoviRelação equação PosInicArgAdit SinalArgNegat MudaSinalArg 5
VCLP-Sinal-3a:	MoviRelação equação PosInicArgMulti SinalArgPosit NãoMudaSinalArg 4
VCLP-Sinal-4a:	MoviRelação equação PosInicArgMulti SinalArgNegat NãoMudaSinalArg 6

Os números que aparecem ao final de cada linha de um VCLP diagnosticado correspondem à quantidade de vezes que ele apareceu considerando todo o trabalho do aluno. Com base nessa frequência e considerando o mecanismo para determinação de concepções, obtivemos, nesse

exemplo, a concepção SinalCorreto-equação-aditivo. Porém, esse diagnóstico não nos dava indícios da confiabilidade do mesmo: o aluno usou, diante desse contexto, sempre a regra correta? Se não, como indicar isso? Por essa razão, e pelo fato de que queríamos obter um diagnóstico o mais

próximo possível ao que aconteceu, efetivamente, com o aluno, introduzimos um coeficiente de confiabilidade. Feito isso, temos um diagnóstico de concepções que tra-

duz de forma mais fiel o que fez o aluno. Vejamos como fica nosso exemplo, com a introdução desse coeficiente:

VCLP	
VCLP-Sinal-1a	MoviRelação equação PosInicArgAdit SinalArgPosit NãoMudaSinalArg 2
VCLP-Sinal-1b	MoviRelação equação PosInicArgAdit SinalArgPosit MudaSinalArg 6 (COEF: 0.75)
VCLP-Sinal-2b	MoviRelação equação PosInicArgAdit SinalArgNegat MudaSinalArg 5 (COEF: 1)
VCLP-Sinal-3a	MoviRelação equação PosInicArgMulti SinalArgPosit NãoMudaSinalArg 4 (COEF: 1)
VCLP-Sinal-4a	MoviRelação equação PosInicArgMulti SinalArgNegat NãoMudaSinalArg 6 (COEF: 1)
Concepções	
SinalCorreto-eq (COEF: 0.93)	
[fille] ConservaçãoSinal-e-q-mult (COEF: 1)	
[fille] MudançaSinal-e-q-adit (COEF: 0.87)	

Observamos agora, que temos um diagnóstico mais fino das ações do aluno, além de fornecermos o índice de confiabilidade do diagnóstico. Ou seja, um diagnóstico com coeficiente 0,7 mostra que essa concepção é “mais fraca” do que uma concepção com coeficiente 0,9. Esse grau de aprofundamento do diagnóstico será fundamental no momento de tomada de decisões: quando vamos precisar afinar melhor o diagnóstico? O que deve ser proposto para tanto?

Conclusão

Nesse texto, apresentamos um trabalho de modelagem de alunos em álgebra e mostramos de que forma dois ambientes informatizados: Apluxix e Anais facilitam o processo de diagnóstico de concepções de alunos. A elaboração do modelo proposto teve duas preocupações centrais:

uma, de ordem didática (escolha de um paradigma de aprendizagem) e outra, de ordem computacional, para a escolha do modelo a ser utilizado.

Os resultados obtidos com as classes estudadas validam nossas escolhas e o modelo implementado. É preciso agora testar a validade do modelo com um grande número de alunos. A questão que nos colocamos é a seguinte: Será que o modelo que construímos, de forma abstrata, poderá ser utilizado de forma automática e produzirá resultados significativos sobre as produções dos alunos? Ou seja, será que nosso modelo consegue considerar efetivamente cada aluno em sua individualidade, fornecendo diagnósticos coerentes? Essa é uma das questões que buscamos responder atualmente, além de continuarmos a modelagem de concepções ampliando os contextos estudados.

Notas:

¹ Um invariante operatório é um conceito em ação ou um teorema em ação. Um teorema em ação é uma proposição suscetível de ser verdadeira ou falsa (mas que é utilizada pelo aluno como verdadeira); um conceito em ação não é suscetível de ser verdadeiro ou falso. (Vergnaud, 1990).

² Para identificação dessas regras em ação no nosso trabalho, o uso de *Aplusix* foi fundamental pois foi possível analisar todo o trabalho realizado por cada aluno, mesmo quando esse decide apagar o que escreveu. Algumas produções finais do aluno (que seriam as mesmas fornecidas em papel e lápis) não contam a história do raciocínio do aluno, porém, ao analisar seu trabalho usando o videocassete do *Aplusix*, foi possível identificar vários outros elementos não visíveis nessa produção final. Por exemplo, mesmo se a produção final de um aluno indica que ele considera que as expressões $(x-y)(x+y)$ e x^2-y^2 são equivalentes, não significa que no desenvolvimento de seu trabalho ele não tenha considerado também que $(x-y)(x+y)$ e $(x-y)^2$ são equivalentes, o que só poderemos identificar com a ajuda do *Aplusix* haja vista que essa equivalência não aparece na produção final do aluno mas que tem papel fundamental em nosso estudo sobre modelagem de concepções.

³ <http://aplusix.imag.fr>

Referências

ANDERSON J. R. *The Architecture of Cognition*. Harward: University Press, 1983.

ANDERSON J.R.; BOYLE C.F.; CORBETT A.T.; LEWIS M.W. Cognitive Modeling and Intelligent Tutoring. *Artificial Intelligence*, v. 42, n. 1, 1990.

ARTIGUE, M. ; ROBINET, J. Conception du cercle chez des enfants de l'école élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3(2) 5-64, 1982.

BALACHEFF, N. Conception, connaissance et concept. In: GRENIER, Denise (ed). *Séminaire Didactique et Technologies cognitives en mathématiques*. Grenoble: IMAG, 1985. p. 219-244.

BALACHEFF, N.; GAUDIN, N. Modelling students conceptions - the case of functions. In: *Mathematical Thinking and Learning an International Journal*, 2002.

BELLEMAIN, F. O paradigma micromundo. In: *História e tecnologia no ensino de Matemática*. CARVALHO, L.M.; GUIMARÃES, L.C. (orgs.). Rio de Janeiro: IME-UERJ, 2002. Vol. 1, p. 49-60.

BITTAR, M. Cabri-Géomètre x Graphequation: diferentes contribuições para a aprendizagem da matemática In: *Actas da Reunión de Didática de la Matemática del Cono Sur*. Buenos Aires: [s.n.], 2002.

BOUHINEAU, D. at al. Analyse didactique des protocoles obtenus dans un EIAH. In: *Actes du Colloque EIAH – Strasbourg*, 2003.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble-França: La Pensée Sauvage, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

CHAACHOUA, H. ; LIMA, I. De la modélisation des conceptions des élèves à la prise de décisions didactiques par l'enseignant : le rôle d'un environnement informatique. Actes du colloque ITEM 2003, Reims, 20-22 juin 2003.

JOSHUA, S.; DUPIN, J.J. *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris: Presses Universitaires de France, 1993.

NICAUD, J.F. et al. The APLUSIX-Editor, a new kind of software for the learning of algebra. *Intelligent Tutoring Systems, 6th International Conference*. Biarritz, France, June 5-7, 2002.

NICAUD, J.F.; BOUHINEAU, D.; CHAACHOUA, H., Mixing microworld and CAS features in building computer systems that help students learn algebra. In: *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 9, Issue 2, Springer-Verlag, 2004.

PEARL, J. *Heuristics*. London: Addison-Wesley, 1984.

VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, Grenoble-França: La Pensée Sauvage, v. 10, n. 2.3, p. 133-170, 1990.

TAHRI, S. *Modélisation de l'interaction didactique: un tuteur hybride sur Cabri-géomètre pour l'analyse des décisions didactiques*. 1993. Thèse. Université Joseph Fourier, Grenoble-France.

WENGER, E. *Artificial Intelligence and Tutoring Systems*. Los Altos: Morgan, 1987.

Recebido em 30 de março de 2005.

Aprovado para publicação em 5 de maio de 2005.